

12. Übungsblatt

Abgabe: Donnerstag, 20. Juli 2017 vor 10 Uhr

Aufgabe 1 Seien V und W K -Vektorräume, $B = \{b_1, \dots, b_n\}$ eine Basis von V und w_1, \dots, w_n Vektoren aus W . Dann gibt es genau ein $f \in \text{Hom}(V, W)$ mit $f(b_j) = w_j$ für $1 \leq j \leq n$.

Aufgabe 2 (a) Berechnen Sie AB, BA, AC, CA, BC und CB (falls möglich).

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(b) Berechnen Sie zu den folgenden Matrizen die Inversen (falls möglich).

$$E = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3 Gegeben seien die linearen Abbildungen $f \in \text{Hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ und $g \in \text{Hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2)$ durch

- $f((x, y, z)) := (-x + z, y + z, x + y)$
- $g((x, y, z)) := (2x, y - z)$.

Bestimmen Sie die zu f und g gehörenden Matrizen $M_B^B(f)$ und $M_C^B(g)$ bezüglich der Standardbasen B bzw. C des \mathbb{R}^3 bzw. des \mathbb{R}^2 . Berechnen Sie die Matrix $P := M_C^B(g)M_B^B(f)$ und verifizieren Sie, dass P die zur Abbildung $g \circ f$ gehörende Matrix ist.

Aufgabe 4 Bestimmen Sie zuerst die Dimension des Lösungsraums des zugehörigen homogenen linearen Gleichungssystems und geben Sie dann den Lösungsraum des linearen Gleichungssystems an.

(a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & -1 & -3 \\ 1 & 6 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$