

## 8. Übungsblatt

Abgabe: Donnerstag, 22. Juni 2017 vor 10 Uhr

**Aufgabe 1** Schreiben Sie die Additions-, und Multiplikationstabelle eines Körpers  $K$  mit 3 Elementen auf.

**Aufgabe 2** Zeigen Sie, dass die einzigen Unterräume des  $\mathbb{R}$ -Vektorraums  $\mathbb{R}$  die trivialen Unterräume  $\{0\}$  und  $\mathbb{R}$  sind.

**Aufgabe 3** Sei  $V$  der  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}^5$ . Sei  $M_1 := \{(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) \mid \sum_{i=1}^5 a_i = 0, a_i \in \mathbb{R}\}$  und  $M_2 := \{(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) \mid a_1 \neq 0, a_2 = a_3, a_i \in \mathbb{R}\}$ .

- (a) Überprüfen Sie, ob  $M_1$  und  $M_2$  Unterräume sind. Begründen Sie Ihre Aussage.
- (b) Bestimmen Sie  $\langle M_i \rangle$  für  $i = 1, 2$ .
- (c) Bestimmen Sie  $\langle M_1 \rangle + \langle M_2 \rangle$ .

**Aufgabe 4** Sei  $V$  ein Vektorraum,  $U_1, U_2$  Unterräume von  $V$ .

- (a) Sei  $v \in U_1 + U_2$ . Dann gibt es  $u_i \in U_i$  mit  $v = u_1 + u_2$ ,  $i = 1, 2$ . Zeigen Sie, dass diese Darstellung eindeutig ist genau dann, wenn  $U_1 \cap U_2 = \{0\}$  ist.
- (b) Wählen Sie  $V, U_1, U_2$  so, dass  $U_1 \cup U_2$  kein Unterraum von  $V$  ist.