10. PRÄSENZÜBUNG ZUR LINEAREN ALGEBRA II

Aufgabe 1 Sei $f \in \mathrm{End}(V)$. Zeigen Sie, dass die Eigenräume von f^i von f invariant gelassen werden.

Aufgabe 2 Es sei $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ der Vektorraum der reellen Folgen $(a_n)_{n\geq 1}$. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenräume des Endomorphismus $f : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}},\ (a_n)_{n\geq 1} \mapsto (a_{n+1})_{n\geq 1}$.

Aufgabe 3 Sei $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ der Endomorphismus von K^4 (also $x \mapsto Nx$).

(a) Überprüfen Sie, ob N nilpotent ist. Wenn ja, von welcher Stufe?
(b) Bestimmen Sie eine direkte Zerlegung von $V = K^4$ in zyklische Unterräume $Z(b_i, N)$.
(c) Bestimmen Sie eine Basis von $\mathrm{Ker}(N)$, $\mathrm{Ker}(N^2)$ usw.