

6. PRÄSENZÜBUNG ZUR LINEAREN ALGEBRA II

Aufgabe 1 Berechne die Determinanten der folgenden drei Matrizen über \mathbb{Q} . Benutze dazu jedes der aus der Vorlesung bekannten Verfahren genau einmal.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ -3 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ -2 & -4 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 2 Seien $n \in \mathbb{N}$ und $x_1, \dots, x_n \in K$. Bestimme die Determinante der Vandermonde-Matrix

$$V = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{bmatrix}.$$

Aufgabe 3 Berechne die Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden linearen Abbildungen:

(a) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x + y \\ y \end{pmatrix}$

(b) $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -x + 2y + 3z \\ -3x + 4y + 3z \\ 2z \end{pmatrix}$