

## 8. PRÄSENZÜBUNG ZUR LINEAREN ALGEBRA II

**Aufgabe 1** Berechnen Sie jeweils paarweise den größten gemeinsamen Teiler der Polynome  $p_1 = x^4 + x^3 + x + 1$ ,  $p_2 = x^2 + 1$  und  $p_3 = x - 1$  über  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$  und  $\mathbb{F}_2$ .

**Aufgabe 2** Zerlegen Sie  $f = x^5 - 10x^4 + 64x^3 - 176x^2 + 228x - 136$  in  $\mathbb{C}[X]$  in Linearfaktoren. Beachten Sie, dass 2 und  $3 + 5i$  Nullstellen von  $f$  sind.

**Aufgabe 3** Bestimmen Sie ein Polynom in  $\mathbb{R}[X]$  kleinsten Grades, welches die Nullstellen  $1, -1, i, 1 + i, 2 - i$  hat.

**Aufgabe 4** Berechnen Sie mit Hilfe der Cramerschen Regel die Lösung des Gleichungssystems

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= 1 \\x_2 + x_3 &= 1 \\3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 0.\end{aligned}$$

**Aufgabe 5** Sei  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  und  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Bestimmen Sie jeweils das charakteristische Polynom und das Minimalpolynom.