9. PRÄSENZÜBUNG ZUR LINEAREN ALGEBRA II

Aufgabe 1 Sei V ein 3-dimensionaler K-VR mit Basis b_1, b_2, b_3 und sei $h \in \mathrm{End}(V)$ mit $h(b_1) = b_2,\ h(b_2) = b_2 - b_3$ und $h(b_3) = b_2 - b_1$.

(a) Bestimmen Sie jeweils das Minimalpolynom und das charakteristische Polynom über den Körpern $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{Z}_2$ und $\mathbb{Z}_5$.

(b) Bestimmen Sie jeweils die Eigenwerte und die dazugehörigen Eigenräume.

(c) Überprüfen Sie, ob h jeweils diagonalisierbar oder trigonalisierbar (d.h. es hat eine Darstellung als obere oder untere Dreiecksmatrix) ist.

(d) Überprüfen Sie, ob h jeweils ein Isomorphismus ist. Wenn ja, dann invertieren Sie h.

Aufgabe 2 Sei V ein endlich dimensionaler K-VR. Für $h \in \mathrm{Aut}(V)$ zerfalle f_h in Linearfaktoren. Zerfällt dann auch $f_{h^{-1}}$ in Linearfaktoren?

Aufgabe 3 Bestimmen Sie drei paarweise orthogonale Projektionen auf einem 5-dimensionalen K-VR.