

4. Übungsblatt

Abgabe: Mittwoch, 4.5.11

Aufgabe 1 Berechnen Sie mit Hilfe des erweiterten euklidischen Algorithmus

- (a) $\text{ggT}(235, 124)$;
- (b) Die Bezout-Koeffizienten x, y , für die gilt

$$x \cdot 235 + y \cdot 124 = \text{ggT}(235, 124).$$

Aufgabe 2 Sei p eine Primzahl. Zeigen Sie, dass

- (a) $\varphi(p^2) = p(p - 1)$;
- (b) $\varphi(p^3) = p^2(p - 1)$

gilt.

Aufgabe 3 Sei S eine endliche Menge und P eine Wahrscheinlichkeitsverteilung auf S . Zeigen Sie:

- (a) $P(\emptyset) = 0$
- (b) Aus $A \subseteq B \subseteq S$ folgt $P(A) \leq P(B)$.

Aufgabe 4 Das Sieb des Eratosthenes bestimmt alle Primzahlen unter einer gegebenen Schranke C . Es funktioniert so:

Schreibe die Liste $2, 3, 4, 5, \dots, |C|$ von ganzen Zahlen auf. Dann iteriere folgenden Prozeß für $i = 2, 3, \dots, \lfloor \sqrt{C} \rfloor$. Wenn i noch in der Liste ist, lösche alle echten Vielfachen $2i, 3i, 4i, \dots$ von i aus der Liste. Die Zahlen, die in der Liste bleiben, sind die gesuchten Primzahlen.

Schreiben Sie ein Programm, das diese Idee implementiert. (Falls Sie keine Programmiersprache beherrschen, dann schreiben Sie den Algorithmus auf, der programmiert werden müsste.)