2. Übungsblatt

Abgabe: Freitag, 25.04.14

Aufgabe 1 (a) Skizzieren Sie die konvexe Hülle K der Punkte $(0,0),(1,1),(2,4),(4,0)$ im $\mathbb{R}^2$.

(b) Bestimmen Sie eine Matrix A und einen Vektor c so, dass

$$K = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid Ax \leq c\} \qquad \text{ist.}$$

Aufgabe 2 Sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ eine lineare Abbildung.

(a) Zeigen Sie: Ist $X \subseteq \mathbb{R}^n$ konvex, dann ist auch $f(X)$ konvex.

(b) Falls $Y \subseteq \mathbb{R}^m$ konvex ist, gilt dann auch, dass $f^{-1}(Y)$ konvex ist?

Aufgabe 3 Sei $A \subseteq \mathbb{R}^n$, Zeigen Sie, das die extremalen Punkte von der konvexen Hülle $k(A)$ von A alle in A liegen, d.h. das $k(A)_e \subseteq A$ gilt.

Zusatzaufgabe Sei $A \subseteq \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie:

(a) Ist A offen, dann ist auch $k(A)$ offen.

(b) Ist A abgeschlossen, dann folgt nicht unbedingt, dass $k(A)$ abgeschlossen ist.
(Hinweis: Betrachten Sie in $\mathbb{R}^2$ die Vereinigung einer Hyperebene mit einem Punkt ausserhalb der Hyperebene.)