Operations Research *SoSe 2014*
Barbara Baumeister

3. Übungsblatt

Abgabe: Freitag, 2.5.2014

Aufgabe 1 Es sei $P = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid Ax \leq c\}$ ein Polyeder mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -5 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad c = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Extremalpunkte von P und zu jedem Extremalpunkt die benachbarten Extremalpunkte.

Aufgabe 2 Gegeben seien die Linearformen $f_1, \ldots, f_4$ im $\mathbb{R}^3$:

$$f_1(x) = -x_2, \qquad f_3(x) = x_1 + x_3,$$
$$f_2(x) = -x_3, \qquad f_4(x) = -x_1 + 2x_2 + x_3$$

und das Polyeder

$$P = \{f_1 \leq 0\} \cap \{f_2 \leq 0\} \cap \{f_3 \leq 1\} \cap \{f_4 \leq 1\}.$$

(a) Bestimmen Sie die Extremalpunkte von P.

(b) Bestimmen Sie zu jedem Extremalpunkt die benachbarten Extremalpunkte.

(c) Skizzieren Sie P.

Aufgabe 3 Sei $P \subseteq \mathbb{R}^n$ ein Polytop, welches den Null-Vektor enthält. Dann ist die *Dimension von P* $dim(P)$ die Dimension des von P aufgespannten $\mathbb{R}$-Unterraums des $\mathbb{R}^n$.

(a) Zeigen Sie, dass aus $dim(P) = n$ folgt, dass $|P_e| \geq n + 1$.

(Zusatz) Bestimmen Sie bis auf affine Isomorphie die Polytope mit minimaler Anzahl von Extremalpunkten der Dimension ≤ 3.

Aufgabe 4 Führen Sie detailliert den folgenden Sachverhalt aus:
Sei $P = \cap_{i=1}^{m}\{f_i \leq c_i\}$ ein Polyeder im $\mathbb{R}^n$. Ist $x \in P_e$, dann gibt es ein $j \in \{1, \ldots, m\}$ so, dass $f_j(x) = c_j$ gilt.