*Operations Research* *SoSe 2014*
*Barbara Baumeister*

# 5. Übungsblatt

**Abgabe: Freitag, 16.05.14**

Lösen Sie die ersten drei Aufgaben mit Hilfe des in der Vorlesung besprochenen Verfahrens.

**Aufgabe 1** Lösen Sie das lineare Gleichungssytem

$$7x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3$$

$$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 5x_4 = 4$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 1$$

$$3x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 2$$

**Aufgabe 2** Gegeben sind die Linearformen

$$y_1 = -x_1 \qquad - 2x_3$$

$$y_2 = -2x_1 - 5x_2 - x_3$$

$$y_3 = -3x_1 - x_2$$

Stellen Sie $x_1, x_2, x_3$ in Abhängigkeit von $y_1, y_2$ und $y_3$ dar.

Wie kann man an dieser Darstellung die zu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ inverse Matrix ablesen? Wie lautet sie?

**Aufgabe 3** Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix und explizite Abhängigkeiten zwischen den Zeilen:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 & 6 \\ 1 & -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 4** Zeigen Sie:

(a) Ein Kegel $K$ ist genau dann konvex, wenn $K + K \subseteq K$ gilt. Insbesondere ist also jeder lineare Unterraum des $\mathbb{R}^n$ ein konvexer Kegel.

(b) Sei $K$ ein konvexer Kegel im $\mathbb{R}^n$ und $x_1, \ldots, x_k \in K$. Dann liegt auch jede *konische Kombination* dieser Punkte in $K$, also jeder Punkt der Form

$$\lambda_1 x_1 + \cdots + \lambda_k x_k \quad \text{mit } \lambda_1, \ldots, \lambda_k \geq 0.$$