

## 1. Übungsblatt

Abgabe: Freitag, 20.04.2013

**Aufgabe 1** (a) Beweisen Sie mit vollständiger Induktion

$$(a + b)^n = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} a^i b^{n-i}.$$

(b) Erklären Sie, wie das Pascalsche Dreieck zustande kommt.

**Aufgabe 2** Gegeben sei das folgende Beispiel, wobei die Pfeile die Nachfolgerrelation beschreiben.



- (a) Bestimmen Sie, welche der Axiome von Peano gelten, nicht gelten oder in diesem Beispiel keinen Sinn machen.
- (b) Finden Sie ein Beispiel, in dem (P1), (P2) und (P3) gelten, aber nicht (P4).

**Aufgabe 3** Es seien  $a_1, a_2$  in  $\mathbb{N}$  gegeben. Sie haben den euklidischen Algorithmus durchgeführt und haben  $a_{n+1} = 0$ , aber  $a_n \neq 0$  erhalten. Zeigen Sie, dass  $a_n = \text{ggT}(a_1, a_2)$  gilt.

**Aufgabe 4**

- (a) Leiten Sie mit Hilfe des euklidischen Algorithmus ganze Zahlen  $z_1, z_2 \in \mathbb{Z}$  her, so dass

$$z_1 \cdot 463 + z_2 \cdot 121 = 1$$

gilt (Beispiel aus der Vorlesung).

(Zusatz) Zeigen Sie im Allgemeinen mit Hilfe des euklidischen Algorithmus, dass es ganze Zahlen  $z_1, z_2 \in \mathbb{Z}$  gibt so, dass  $z_1 \cdot a_1 + z_2 \cdot a_2 = \text{ggT}(a_1, a_2)$  ist.