Die Hamming-Codes

K Körper mit q Elementen, $2 \leq r \in \mathbb{N}$.

Jeder Vektor $0 \neq u \in K^r$ definiert eine Gerade durch 0 in K^r $\langle u \rangle = \{ku \mid k \in K\}$.

Es gibt genau $n := \frac{q^r - 1}{q-1}$ -viele solche Geraden im K^r.

Es seien $\langle u_1 \rangle, \dots, \langle u_n \rangle$ diese Geraden und setze $h_i := u_i^t$ (wir formen die Zeilenvektoren in Spaltenvektoren um).

Setze $H := (h_1, \dots, h_n)$. Dann ist H die Kontrollmatrix zu dem Hamming-Code $Ham_q(r)$.

In Übung 6 Aufgabe 1 wird nachgerechnet, dass die so definierten Codes tatsächlich alle äquivalent sind (es kommt bei dem Aufstellen von H also nicht auf die Wahl des Repräsentanten $u \in \langle u \rangle$ an oder auf die Reihenfolge, in der wir die Spalten schreiben).

<u>$\dim C$</u> $= \dim H = n - r$, da es r l.u. Vektoren im K^r, aber nicht mehr gibt; also $\operatorname{Rang} H = r$ ist.

Je zwei Spalten sind l.u., aber es gibt 3 l.a. also $d(C) = 3$. $Ham_q(r)$ hat die Parameter $\left[\frac{q^r-1}{q-1}, n-r, 3\right]$