4. Übungsblatt

Abgabe: Donnerstag, 25. Mai 2017 vor 10 Uhr

Aufgabe 1 Seien $f : A \to B$ und $g : B \to C$ Abbildungen. Zeigen Sie:

(a) Ist $g \circ f$ injektiv, dann ist auch f injektiv.

(b) Ist $g \circ f$ surjektiv, dann ist auch g surjektiv.

Aufgabe 2 Die Abbildungen Sei $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ und $g : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ seien definiert durch:

$$f(m) = (m-1, 2) \text{ und}$$

$$g(m,n) = m + n.$$

Überprüfen Sie die Abbildungen $f, g, f \circ g, g \circ f$ auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.

Aufgabe 3 Sei M eine nicht leere Menge. Definiere eine Relation $\sim$ auf der Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ durch: für $A, B \in \mathcal{P}(M)$ gelte

$$A \sim B \text{ genau dann, wenn } A \subseteq B$$

.

(a) Zeigen Sie, dass $\sim$ eine Ordnungsrelation auf $\mathcal{P}(M)$ definiert.

(b) Überprüfen Sie, ob diese vollständig ist, d.h. ob für je zwei Elemente A, B entweder $A \sim B$ oder $B \sim A$ gilt.

(c) Sei N eine Menge mit einer Ordnungsrelation R. Eine Teilmenge K von N heisst eine *Kette* bezüglich R, falls für $a, b \in K$ stets aRb oder bRa gilt.

Geben Sie für $M = \{1, \ldots, n\}$ eine Kette in $\mathcal{P}(M)$ bezüglich der Relation $\sim$ an, für die $|K|$ maximal ist.

Aufgabe 4 Beweisen Sie:
Ist $|M| = n$, so gilt $|\mathcal{P}(M)| = 2^n$.