Prof. Dr. B. Baumeister
Dipl.-Math. Peter Knorr

WS 2009/10

Mathematik für Informatiker I - Übungsblatt 2

Abgabe in der Woche vom 25. - 31. Oktober
persönlich beim Leiter zu Beginn der Übung

Aufgabe 1: (4 Punkte)
Es seien A, B, C, D Teilmengen einer Grundmenge M. Welche der folgenden Aussagen sind allgemeingültig, welche sind es nicht? Beweisen Sie die Aussage gegebenenfalls oder widerlegen Sie sie durch ein Gegenbeispiel.

(i) $(A \cap B) \cup (C \cap D) = (A \cup C) \cap (A \cup D) \cap (B \cup C) \cap (B \cup D)$
(ii) $(A \cup B = A \cup C) \Rightarrow B = C$
(iii) $(A \cap B = A \cap C) \Rightarrow B = C$
(iv) $(A \subseteq B) \Rightarrow (\overline{B} \subseteq \overline{A})$

Aufgabe 2: (3 Punkte)
Es seien folgende Mengen von natürlichen Zahlen gegeben:
$M = \{x \mid 4 \text{ teilt } x\}$
$N = \{x \mid 100 \text{ teilt } x\}$
$T = \{x \mid 400 \text{ teilt } x\}$
$S = \{x \mid x \text{ ist ein Schaltjahr}\}$

Formulieren Sie die Menge S mit Hilfe der Mengenoperationen $\cup, \cap$ und $\setminus$ aus den Mengen M, N, T. Eliminieren Sie dann in dieser Darstellung das $\setminus$-Zeichen durch Komplementbildung.

Bemerkung: Schaltjahre sind Jahre, die durch 4 teilbar sind, außer den Zahlen, die durch 100, nicht aber durch 400 teilbar sind. (2000 und 2400 sind Schaltjahre, 1900 und 2100 sind keine Schaltjahre.)

Aufgabe 3: (3 Punkte)
Überprüfen Sie, ob die folgenden Abbildungen surjektiv beziehungsweise injektiv sind:

(i) $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, (x, y, z) \mapsto (x + y, y + z)$
(ii) $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, (x, y) \mapsto (x, x + y, y)$

(Bitte wenden)

Aufgabe 4: (3 Punkte)
Ist $f : M \to N$ eine Abbildung, so werden dadurch zwei Abbildungen zwischen den Potenzmengen erzeugt:

$F : P(M) \to P(N), U \mapsto f(U)$
$G : P(N) \to P(M), V \mapsto f^{-1}(V)$

Sind dies wirklich Abbildungen? (Überprüfen Sie die Definition!) Überlegen Sie mit einem einfachen Beispiel für f, dass F und G *nicht* invers zueinander sind!

Aufgabe 5: (3 Punkte)
Sei $f : X \to Y$ eine Abbildung, $A_1, A_2 \subseteq X$ und $B_1, B_2 \subseteq Y$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen oder widerlegen Sie sie durch ein Gegenbeispiel:

(i) $A_1 \subseteq A_2 \Rightarrow f(A_1) \subseteq f(A_2)$
(ii) $B_1 \subseteq B_2 \Rightarrow f^{-1}(B_1) \subseteq f^{-1}(B_2)$
(iii) $f(A_1 \cup A_2) = f(A_1) \cup f(A_2)$
(iv) $f(A_1 \cap A_2) = f(A_1) \cap f(A_2)$