

Mathematik für Informatiker I - Übungsblatt 7
Abgabe bis Montag, den 30. November
in die Briefkästen im Mathe-Foyer

Aufgabe 1: (4 Punkte)
Gegeben sei eine Gruppe $(\{a, b, c, d, e, f\}, \circ)$. Ergänzen Sie folgende Gruppentafel:

\circ	a	b	c	d	e	f
a			e	b		
b	e	f				
c				a		
d	c		b			
e		c			d	
f						

Erläutern und begründen Sie kurz Ihre Vorgehensweise!

Aufgabe 2: (4 Punkte)

- Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $(3 + 4i)(1 - 3i) = (-4 + i) \cdot \bar{z}$.
- Bestimmen Sie zwei verschiedene Zahlen $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ mit $z_1^3 = z_2^3 = i$.
- Ziehen Sie die Wurzel aus der komplexen Zahl $-1 + \sqrt{3} \cdot i$.

Geben Sie die Lösungen dieser Aufgaben jeweils in der Form $a + b \cdot i$ an!

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Sei $z_0 := \sqrt{2} \cdot \frac{1+i}{2}$, $\varphi : (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$ mit $\varphi(k) = z_0^k$

- Beweisen Sie: φ ist ein Gruppenhomomorphismus.
- Bestimmen Sie Bild und Kern von φ .
- Bestimmen Sie $\varphi^{-1}(\sqrt{2} \cdot \frac{-1-i}{2})$.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

- Stellen Sie die Multiplikationstabelle von $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ auf.
- Bestimmen Sie alle Untergruppen von $(\mathbb{Z}/7\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$.
- Eine dieser Untergruppen ist isomorph zu $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}, +)$. Welche ist es? Wie sieht der zugehörige Isomorphismus aus?