Prof. Dr. B. Baumeister
Dipl.-Math. Peter Knorr WS 2009/10

Mathematik für Informatiker I - Übungsblatt 9

Abgabe bis Montag, den 14. Dezember
in die Briefkästen im Mathe-Foyer

Aufgabe 1: (4 Punkte)
(i) Beweisen Sie die Gleichung $\frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 10}+\cdots+\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}=\frac{n}{3n+1}$
(ii) Für welche $n \in \mathbb{N}_0$ gilt $3^{(2^n)} < 2^{(3^n)}$?

Aufgabe 2: (4 Punkte)
Ein Ring R heißt *nullteilerfrei*, falls für alle $a, b \in R$ gilt:

$$\text{Ist } a \cdot b = 0, \text{ dann ist } a = 0 \text{ oder } b = 0.$$

Beweisen Sie, dass der Ring $(\mathbb{Z}_m, +_m, \cdot_m)$ genau dann nullteilerfrei ist, wenn m eine Primzahl ist.

Aufgabe 3: (3 Punkte)
Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme über $\mathbb{R}$ und vergleichen Sie die Lösungsmengen miteinander:

$$\begin{aligned} -2x_1 \phantom{{}+3x_2} + 2x_3 &= 0 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 \phantom{{}+5x_3} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2x_1 \phantom{{}+3x_2} + 2x_3 &= -4 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= -1 \\ 2x_1 + x_2 \phantom{{}+5x_3} &= 3 \end{aligned}$$

Bitte wenden!

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender linearer Gleichungssysteme über $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$:

$$\begin{aligned} 3x_1+2x_2+\ \ x_3+4x_4 &= 4 \\ 2x_1+\ \ x_2+3x_3+2x_4 &= 4 \\ 3x_2 \qquad\quad +2x_4 &= 1 \\ x_1+4x_2+3x_3 \qquad\quad &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x_1+\ \ x_2+2x_3+x_4 &= 1 \\ 4x_1+3x_2+3x_3+x_4 &= 0 \\ x_1+2x_2+\ \ x_3+x_4 &= 2 \\ 2x_1+4x_2+3x_3 \qquad &= 4 \end{aligned}$$