2. Übung: Lineare Algebra II

Wintersemester 2005/06

Barbara Baumeister, Cornelia Dangelmayr;

Abgabe: Mi, 02.11.05

(5) Zerlegen Sie folgende Matrizen, falls möglich, in ein Produkt aus Elementarmatrizen:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 12 & -2 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} \text{ und } A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 5 & -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

(6) Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -2 & 2 \\ -4 & 5 & 0 & 8 & -7 \\ 2 & -5 & 5 & 6 & -4 \\ 2 & -2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } a_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

(a) Bestimmen Sie eine Basis vom Kern von A.

(b) Berechnen Sie alle Lösungen von $Ax = a_1$ und $Ax = a_2$.

(7) Für welche Werte des Parameters a ist die folgende Matrix singulär, für welche regulär?

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & a-1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ a & -3 & 3a & 2 \\ 2 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(8) Sei $V = \mathbf{R}^3$ und $W = \mathbf{R}^2$. Seien

$$B_1 = \{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$$

$$B_1' = \{(2,1,-1),(1,0,3),(-1,2,1)\}$$

$$B_2 = \{(1,0),(0,1)\}$$

$$B_2' = \{(1,1),(1,-1)\}$$

Basen von V bzw. W. Sei h in $Hom(V,W)$ mit

$$M_{B_2}^{B_1}(h) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Bestimmen Sie

$$M_{B_2'}^{B_1'}(h)$$

(b) Welche Koordinaten hat $h(\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix})$ bezüglich der Basis B_2'?

(c) Sei V ein K-Vektorraum mit Basis B. Sei $f \in Hom(V,V)$ und

$$M_B^B(f) = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & \cdot & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & 1 \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie, dass f die identische Abbildung ist.