

## 1. Übungsblatt

Abgabe: Die, 31.10.06 in das Fach von Andrea Wiese, Arnimallee 3

**Aufgabe 1** Zeigen Sie:

- (a) Jeder zusammenhängende Graph hat einen aufspannenden Baum.
- (b) Der Graph  $G = (V, E)$  ist genau dann ein Baum, wenn es zu je zwei Ecken  $u, v \in V$  genau einen Weg von  $u$  nach  $v$  gibt.

**Aufgabe 2** Die *Tailenweite* eines Graphen  $G$  ist die Länge (Anzahl der Kanten) eines kürzesten Kreises in  $G$ . Zeigen Sie:

- (a) Hat  $G$  Tailenweite 4 und Minimalgrad  $\delta(G) = k$ , dann hat  $G$  mindestens  $2k$  Ecken.
- (b) Bestimmen Sie alle Isomorphietypen von Graphen mit Tailenweite 4 und Minimalgrad  $k$ , die genau  $2k$  Ecken haben.
- (c) Hat  $G$  Tailenweite 5 und Minimalgrad  $\delta(G) = k$ , dann hat  $G$  mindestens  $k^2 + 1$  Ecken.
- (d) Gibt es einen Graphen mit Tailenweite 5 und Minimalgrad  $k$ , der genau  $k^2 + 1$  Ecken hat?

**Aufgabe 3** Sei  $G$  ein Graph mit  $n$  Ecken und  $q$  Kanten. Zeigen Sie, daß  $G$  zusammenhängend ist, falls  $q > \binom{n-1}{2}$  gilt. Gibt es einen unzusammenhängenden Graphen mit  $q = \binom{n-1}{2}$ ?

**Aufgabe 4** Zeigen Sie, daß in einem zusammenhängenden Graphen je zwei längste Wege immer eine gemeinsame Ecke haben.