

## 2. Übungsblatt

Abgabe: Die, 7.11.06 in das Fach von Andrea Wiese, Arnimallee 3

**Aufgabe 1** Zeigen Sie: Unter 6 Personen gibt es immer 3, die sich alle paarweise kennen oder sich alle paarweise nicht kennen.

**Aufgabe 2** Eine Kante  $e$  heißt Brücke von  $G = (V, E)$ , falls  $G$  zusammenhängend ist, aber  $G \setminus \{e\}$  nicht mehr zusammenhängend ist. Zeigen Sie:

- (a)  $e$  ist eine Brücke genau dann, wenn  $e$  in keinem Kreis enthalten ist.
- (b)  $G$  ist ein Baum genau dann, wenn jede Kante eine Brücke ist.
- (c) Angenommen alle Eckengrade  $d(v), v \in V$ , sind gerade. Dann hat  $G$  keine Brücke.

**Aufgabe 3** Eine Variation von dem Greedy Algorithmus: Sei  $G = (V, E)$  ein zusammenhängender Graph mit  $n$  Ecken und mit Gewichtsfunktion  $c$ . Der Algorithmus funktioniert so:

Sei  $x_0$  eine beliebige Ecke und setze  $T_1 := (\{x_0\}, \emptyset)$ . Angenommen der Teilgraph  $T_k = (V(T_k), E(T_k)), k < n$ , von  $G$ , der ein Baum ist, ist bereits konstruiert worden. Sei  $e_k$  eine Kante mit minimalen Gewicht unter all den Kanten mit einer Endecke in  $V(T_k)$  und der anderen in  $V \setminus V(T_k)$ . Setze

$$T_{k+1} := (V(T_k) \cup \{x_k\}, E(T_k) \cup \{e_k\}),$$

wobei  $x_k$  die Endecke von  $e_k$  in  $V \setminus V(T_k)$  ist.  
Zeigen Sie,

- (a)  $T_n$  ist ein aufspannender Baum in  $G$ .
- (b) Für jeden aufspannenden Baum  $T$  von  $G$  gilt  $c(T) \geq c(T_n)$ .

**Aufgabe 4** Zeigen Sie, daß ein Graph genau dann bipartit ist, wenn er keinen Kreis ungerader Länge hat.