5. Übungsblatt

Abgabe: Die, 27.5.08

Aufgabe 1 Projektiver Abschluß $\mathcal{P}$ des 3-dimensionalen affinen Raumes $\mathcal{A} = (\mathcal{P}, \mathcal{G}, \mathcal{E})$:

Punkte: Eigentlichen und uneigentlichen Punkte von $\mathcal{A}$.

Geraden: $\hat{g} := \{P \mid P \in \mathcal{G}\} \cup \{U_g\}$, für $g \in \mathcal{G}$, und $U_E := \{U_g \mid g \subseteq E\}$ für jede Ebene $E \in \mathcal{E}$ (die uneigentliche Gerade von E).

Ebenen: $\hat{E} := \{P \mid P \in E\} \cup U_E$ für jede Ebene $E \in \mathcal{E}$; $E_\infty := \{U_g \mid g \text{ Gerade von } \mathcal{A}\}$ (die uneigentliche Ebene von $\mathcal{A}$).

Zeigen Sie, dass $\mathcal{P}$ die Inzidenzaxiome (I1) - (I7) erfüllt.

Aufgabe 2 (a) Zeigen Sie, dass die in der Vorlesung gegebenen Beispiele tatsächlich die jeweiligen Dehnungen sind.

(b) Zeigen Sie, dass dies die einzigen Dehnungen in $AG(3, K)$ sind.

Aufgabe 3 In einem 3-dim. affinen Raum sei (A, B, C, D) ein Parallelogramm mit Diagonalenschnittpunkt $Z = AC \cap BD$ (und der soll wirklich existieren). Die Dehnung δ mit Fixpunkt Z und $\delta(A) = C$ heißt *Punktspiegelung.* Zeigen Sie:

(a) Jede Punktspiegelung δ ist involutorisch, d.h. $\delta \neq id$ und $\delta^2 = id$.

(b) Jede involutorische zentrische Streckung ist eine Punktspiegelung.

Aufgabe 4 Zeigen Sie, dass das Produkt zweier Punktspiegelungen eine Translation ist.