

7. Übungsblatt

Abgabe: Die, 10.6.08

Aufgabe 1 Sei I ein geordneter Inzidenzraum und seien $A, B \in \mathcal{P}$ Punkte in I . Zeigen Sie, dass es keine Punkte $C, D \in [A, B]$ gibt so, dass A zwischen C und D liegt.

Aufgabe 2 Sei I ein geordneter Inzidenzraum und seien A, B und C drei paarweise verschiedene kollineare Punkte in I . Zeigen Sie, dass genau einer der Punkte zwischen den anderen beiden liegt.

Aufgabe 3 Es seien g und h verschiedene parallele Geraden eines geordneten 3-dimensionalen affinen Raumes. Weiter sei α eine Parallelprojektion von g auf h und β eine von h auf g .

Zeigen Sie, dass $\beta \circ \alpha$ die Orientierung von g erhält.

Hinweis: Sei P ein Punkt auf der Geraden g mit $P < P' := \beta \circ \alpha(P)$ ($P > P'$ ist ganz analog). Wählen Sie $Q \in \mathcal{P}$ mit $(P, Q, P') \in Z$. Zeigen Sie, dass für Q die relative Ordnung zu P erhalten bleibt. Folgern Sie daraus die Behauptung.

Aufgabe 4 (Poincare Modell der hyperbolischen Ebene)

Definiere $\mathcal{H} = (\mathcal{P}, \mathcal{G}, \mathcal{E})$ durch

- $\mathcal{P} := \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, y > 0\}$.
- \mathcal{G} : die Mengen $\{(x, y) \in \mathcal{P} \mid (x - a)^2 + y^2 = r^2\}$ mit $a, r \in \mathbb{R}$ und $r > 0$ und die Mengen $\{(x, y) \in \mathcal{P} \mid x = a\}$ mit $a \in \mathbb{R}$.
- $\mathcal{E} := \{\mathcal{P}\}$.

\mathcal{P} wird lexikographisch geordnet, d.h.

$$(x, y) < (x_1, y_1) \text{ genau dann, wenn } x < x_1 \text{ oder } (x = x_1 \text{ und } y < y_1).$$

Zeigen Sie:

- (a) (I1) – (I3) gelten in \mathcal{H} .
- (b) (OR1) gilt auch in \mathcal{H} ,
- (c) aber (EP) ist nicht erfüllt.