

8. Übungsblatt

Abgabe: Die, 17.6.08

Aufgabe 1 Sei $I = AG(3, \mathbb{R})$ und sei (x, y) das kanonische Skalarprodukt und $\|x\| := \sqrt{(x, x)}$.
Versehe \mathbb{R}^3 mit der lexikographischen Ordnung und definiere folgende Kongruenzrelationen zwischen Strecken bzw. Winkeln:

$$\overline{\alpha\beta} \equiv \overline{\delta\eta} \text{ g.d.w. } \|\alpha - \beta\| = \|\delta - \eta\| \text{ für alle } \alpha, \beta, \delta, \eta \in \mathbb{R}^3$$

und

$$\sphericalangle(\alpha, \beta, \gamma) \equiv \sphericalangle(\omega, \mu, \nu) \text{ g.d.w. } \frac{(\alpha - \beta, \gamma - \beta)}{\|\alpha - \beta\| \|\gamma - \beta\|} = \frac{(\omega - \mu, \nu - \mu)}{\|\omega - \mu\| \|\nu - \mu\|}$$

für alle $\alpha, \gamma \neq \beta, \omega, \nu \neq \mu$ und sowohl α, β, γ als auch ω, μ, ν sind nicht kollinear.
Zeigen Sie: Es gelten (KO1) - (KO5).

Aufgabe 2 Sei I ein geordneter Inzidenzraum, in dem (KO1) - (KO5) gelten.

Zeigen Sie: Ist g eine Gerade und P ein Punkt von I , der nicht auf g liegt, dann gibt es eine Parallele zu g durch P .

Aufgabe 3 Sei $I = AG(3, \mathbb{R})$. Zeigen Sie, dass der Satz von Pythagoras genau dann gilt, wenn die entsprechenden Vektoren senkrecht aufeinander stehen:

$$\|\alpha + \beta\|^2 = \|\alpha\|^2 + \|\beta\|^2 \text{ g.d.w. } (\alpha, \beta) = 0.$$

Aufgabe 4 Beweisen Sie den Kongruenzsatz WSW.