

PROBEKlausur: Vertiefung diskrete Mathematik

SoSe 2011

17. Januar 2012, 14.15–15.45

Vorname und Name (bitte leserlich !):

Matrikelnummer:

Bitte beachten Sie:

- Jedes abgegebene Blatt mit Namen und Matrikelnummer versehen!
Namen bitte leserlich in BLOCKSCHRIFT!
- (Teil-)Lösungen werden nur mit vollständigem (Teil-)Lösungsweg anerkannt.
- Erlaubte Hilfsmittel sind ein einseitig handgeschriebenes DIN A4 Blatt.
- Es dürfen nur die Algorithmen aus der Vorlesung verwendet werden.
- Jede Aufgabe zählt 12 Punkte. Sie können sich 6 Aufgaben herausuchen.
Die Klausur ist mit 36 Punkten bestanden.

Aufgabe 1 Eine Schulklasse hat 14 Mädchen und 14 Jungen. Die Kinder sitzen an zweier-Bänken. Wieviele verschiedene Paare können sich zusammenfinden (also z.B. falls Anna, Lisa und Lena in der Klasse sind, sind (Anna, Lisa), (Anna, Lena) und (Lisa, Lena) mögliche Paare), wenn

- (a) ein Mädchen immer neben einem Mädchen und ein Junge immer neben einem Jungen sitzt? (6 Punkte)
- (b) die Kinder gemischt sitzen? (6 Punkte)

Aufgabe 2 (a) Formulieren Sie den Binomialsatz. (3 Punkte)
(b) Beweisen Sie den Binomialsatz. (9 Punkte)

Aufgabe 3 (a) Definieren Sie die Stirlingzahlen 2. Art $s_{n,r}$. (6 Punkte)

(b) Berechnen Sie $s_{4,2}$, $s_{n,1}$ und $s_{n,2}$. (6 Punkte)

Aufgabe 4 Bestimmen Sie die Anzahl der Zahlen, die zwischen 1 und 500 liegen und durch 2, 7 und 9 teilbar sind. (12 Punkte)

Aufgabe 5 Ernie und Bert haben Schokolade, die sie unter sich aufteilen wollen. Sie werfen einen Zufallsgenerator an, der ihnen zufällig Zahlen zwischen 1 und 9 ausspuckt. Wenn der Zufallsgenerator eine Zahl kleiner gleich 5 ausgibt, dann erhält Ernie ein Stück Schokolade und ansonsten Bert.

(a) Modellieren Sie den Wahrscheinlichkeitsraum zu diesem Experiment. (6 Punkte)

(b) Wieviel Schokolade kann Bert erwarten, wenn sie den Zufallsgenerator dreimal einsetzen. (6 Punkte)

Aufgabe 6 Ein zerstreuter Professor hat 10 blaue und 10 schwarze Strümpfe in einer Schublade. Er greift morgens wahllos hinein und zieht jeweils einen Strumpf aus der Schublade.

(a) Wie oft muss er hineingreifen, um sicher zwei Strümpfe derselben Farbe zu erhalten? (6 Punkte)

(b) Wie oft muss er hineingreifen, um sicher zwei schwarze Strümpfe zu erhalten? (6 Punkte)

Aufgabe 7 (a) Geben Sie die Definition von einem Baum. (2 Punkte)

(b) Geben Sie eine Charakterisierung von einem Baum an. (2 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die von Ihnen in (b) gegebene Charakterisierung eines Baumes äquivalent ist zu der Definition eines Baumes. (8 Punkte)

Aufgabe 8 Gegeben sei das unten gemalte Netzwerk. Die Kapazitäten der Kanten sind in Klammern gesetzt. Daneben sind die Werte von einem Fluss f notiert.

- (a) Konstruieren Sie mit Hilfe des Algorithmus von Ford und Fulker-son einen maximalen Fluss f_m aus dem gegebenen Fluss f . (8 Punkte)
- (b) Begründen Sie, dass der so konstuierte Fluss maximal ist. (4 Punkte)