Übungen zur Vorlesung
Praktische Mathematik für Medieninformatiker
Sommersemester 2015

PD Dr. Thorsten Hüls

Übungsblatt 9
10.6.2015

Abgabe: Mittwoch, 17.6.2015, 10:00 Uhr in V3-128, Postfach 180
Tutor: Julius Hülsmann, E-Mail: `jhuelsma@math.uni-bielefeld.de`

Aufgabe 25:

Schreiben Sie ein SCILAB-Programm, das mithilfe der Befehle `tic` und `toc()` die Rechenzeiten verschiedener Verfahren zur Polynomauswertung bestimmt und in einer aussagekräftigen Grafik illustriert.

Werten Sie für $m = 1, \ldots, 200$ und die Koeffizienten $a_i = \frac{1}{2^i}$, $i = 0, \ldots, m$ das Polynom $p(t) = \sum_{i=0}^{m} a_i t^i$ an der Stelle $\bar{t} = 2$ aus. Führen Sie diese Polynomauswertungen jeweils 100 mal mit den folgenden Verfahren durch:

(i) Das Horner-Schema:

$$\begin{aligned} s &= a_m \\ j &= m-1, \ldots, 0 \\ &\lfloor s = \bar{t} * s + a_j. \end{aligned}$$

(ii) Die naive Auswertung:

$$\begin{aligned} b &= 1 \\ s &= a_0 \\ j &= 1, \ldots, m \\ &\left\lfloor \begin{array}{l} b = b * \bar{t} \\ s = s + a_j * b. \end{array} \right. \end{aligned}$$

(iii) Die direkte Auswertung:

$$\begin{aligned} s &= a_0 \\ j &= 1, \ldots, m \\ &\lfloor s = s + a_j * \bar{t}^j \ . \end{aligned}$$

(10 Punkte)

Aufgabe 26:

Berechnen Sie das Interpolationspolynom zu den Datenpaaren

$$(-2, 42), \quad (-1, 6), \quad (0, 2), \quad (1, 6), \quad (2, 42)$$

unter Verwendung der Lagrangeschen Darstellung.

(10 Punkte)

Aufgabe 27:

Der Satz von Rolle besagt:

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *eine stetig differenzierbare Abbildung und seien* $a < b$ *mit* $f(a) = f(b)$. *Dann existiert ein* $x \in (a, b)$ *mit* $f'(x) = 0$.

Sei $m \in \mathbb{N}$, $m \geq 1$ und sei p ein Polynom mit $\operatorname{grad}(p) \leq m$, das mindestens $m + 1$ paarweise verschiedene Nullstellen besitzt.
Beweisen Sie (unter Verwendung des Satzes von Rolle) die folgenden Aussagen:

(1) p' ist ein Polynom mit $\operatorname{grad}(p') \leq m - 1$, das mindestens m paarweise verschiedene Nullstellen besitzt.

(2) $p^{(m)}$ ist ein Polynom mit $\operatorname{grad}(p^{(m)}) = 0$, das mindestens eine Nullstelle besitzt. (Hierbei bezeichnet $p^{(m)}$ die m-te Ableitung von p.)

(3) Es gilt: $p(t) = 0$ für alle $t \in \mathbb{R}$.

(10 Punkte)