SS 2015
Dr. B. Gess

Präsenzübungsaufgaben zur Vorlesung Maß- und Integrationstheorie

Blatt 3

Aufgabe 1. Sei $(\Omega, \mathcal{A})$ ein Maßraum, sei $f : \Omega \to \overline{\mathbb{R}}$ $\mathcal{A}$-messbar und sei $\gamma \in \overline{\mathbb{R}}$. Zeigen Sie, dass dann $\gamma \cdot f : \Omega \to \overline{\mathbb{R}}$ ebenfalls $\mathcal{A}$-messbar ist.

Aufgabe 2. Sei $m : \mathcal{B}(\mathbb{R}^d) \to \overline{\mathbb{R}}$ das eindimensionale Lebesguemaß auf $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$. Zeigen Sie, dass jede abzählbare Untermenge von $\mathbb{R}$ eine m-Nullmenge ist.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass die sogenannte *Dirichlet'sche Sprungfunktion*, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x \in \mathbb{Q} \\ 1, & \text{falls } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

eine $\mathcal{B}(\mathbb{R})$-messbare Funktion ist und berechnen Sie $\int f dm$.