

Präsenzübungsaufgaben zur Vorlesung Maß- und Integrationstheorie

Blatt 7

Aufgabe 1. Betrachten Sie den Raum \mathbb{R}^3 und einen Kreis in der xz -Ebene mit Radius r und Zentrum $(R, 0, 0)$, für $0 < r < R$, und die Rotation des Kreises rund um die z -Achse. Geben Sie die Parameterdarstellung für die ergebende Fläche T an.

Zeigen Sie, dass T zugleich die Menge der Punkte $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ist, die der Gleichung

$$(\sqrt{x^2 + y^2} - R)^2 + z^2 - r^2 = 0$$

genügen. Zeigen Sie auch, dass dann T eine 2-dimensionale Untermannigfaltigkeit des \mathbb{R}^3 ist, die *Torus* genannt wird.

Aufgabe 2. Der *elliptische Zylinder*

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1\}, \quad a, b \in]0, \infty[$$

ist eine 2-dimensionale Untermannigfaltigkeit des \mathbb{R}^3 . Geben Sie eine Parameterdarstellung dafür an.