

**ELEMENTARE ZAHLENTHEORIE**  
**6. PRÄSENZBLATT**

DR. BAPTISTE ROGNERUD

**Aufgabe 1.** Bestimmen Sie alle Lösungen  $x$  modulo 13 des folgenden Systems von Kongruenzen:

$$\begin{cases} 3x + 4y \equiv 5 \pmod{13} \\ 2x + 5y \equiv 7 \pmod{13} \end{cases}$$

**Aufgabe 2.**(a) Bestimmen Sie alle Lösungen  $x$  modulo 63 des folgenden Systems von Kongruenzen:

$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{7} \\ x \equiv 2 \pmod{9} \end{cases}$$

(b) Bestimmen Sie alle Lösungen  $x$  modulo 960 des folgenden Systems von Kongruenzen:

$$\begin{cases} x \equiv 22 \pmod{24} \\ x \equiv 6 \pmod{40} \end{cases}$$

**Aufgabe 3.**

- (a) Finden Sie die Einheiten in  $(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z})^\times$  und  $(\mathbb{Z}/9\mathbb{Z})^\times$ .  
(b) Schreiben Sie die Multiplikationstafel für  $(\mathbb{Z}/8\mathbb{Z})^\times$  und  $(\mathbb{Z}/9\mathbb{Z})^\times$ .

**Aufgabe 4.**

- (a) Zeigen Sie, dass  $\mathbb{Z}[X]/(X) \cong \mathbb{Z}$  gilt.  
(b) Seien  $R = \mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$  und  $I = \{\bar{0}, \bar{3}\} \subseteq R$ .  
(1) Zeigen Sie, dass  $I$  ein Ideal ist.  
(2) Zeigen Sie, dass  $R/I \cong \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$  gilt.