

**ELEMENTARE ZAHLENTHEORIE  
9. PRÄSENZBLATT**

DR. BAPTISTE ROGNERUD

**Aufgabe 1.** Bestimmen Sie alle Primitivwurzeln modulo 11 in  $\{1, 2, \dots, 10\}$ .**Aufgabe 2.**

- (a) Gibt es eine Primitivwurzel modulo  $m$  für  $m = 42, 52$  und  $222$ ?
- (b) Finden Sie eine Primitivwurzel für  $27$ .

**Aufgabe 3.** Sei  $G$  eine endliche kommutative Gruppe mit neutralem Element  $e \in G$ . Sei  $j \in \mathbb{N}_{>0}$ . Sei  $a \in G$ . Zeigen Sie:

$$\text{ord}(a^j) = \frac{\text{ord}(a)}{\text{ggT}(\text{ord}(a), j)}.$$

**Aufgabe 4.** Sei  $p > 2$  eine Primzahl.

- (a) Sei  $x \in \mathbb{N}_{>0}$ . Zeigen Sie:  $x^2 \equiv 1 \pmod{p}$  genau dann wenn  $x \equiv \pm 1 \pmod{p}$  gilt.
- (b) Sei  $r$  eine Primitivwurzel modulo  $p$ . Zeigen Sie:

$$r^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}.$$

- (c) Seien  $r$  und  $s$  zwei Primitivwurzeln modulo  $p$ . Zeigen Sie, dass  $rs$  keine Primitivwurzeln modulo  $p$  ist.