

Elementare Zahlentheorie

7ter Übungszettel

Abgabe: Donnerstag, 28.05, 12:00 Uhr
(ins Postfach Ihres Tutors)

Bitte bearbeiten Sie drei Aufgaben. Wenn Sie alle vier bearbeiten, zeigen Sie bitte an, welche in die Bepunktung eingehen sollen. Jede Aufgabe wiegt fünf aa.

Aufgabe 1. Sei p eine ungerade Primzahl. Zeige, daß die Kongruenz

$$x^{p-2} \equiv 2 \pmod{p}$$

genau eine Lösung modulo p hat. Bestimme die Lösung.

Aufgabe 2. Zeige, daß 2 ein primitiver Rest modulo 101 ist. Es gibt 101 Restklassen modulo 101^2 , die kongruent zu 2 modulo 101 sind. Bestimme, welche davon *nicht* primitiv modulo 101^2 ist.

Aufgabe 3. Sei p eine Primzahl derart, daß 10 ein primitiver Rest modulo p ist. Zeige, daß die Dezimalbruchentwicklung von $\frac{1}{p}$ Periode $p - 1$ hat.

Aufgabe 4. Zeige, daß n kein Teiler von $2^n - 1$ ist für $n \geq 2$. Hint: Beobachte, daß nur ungerade n überhaupt infrage kommen. Nun betrachte 2^n modulo des kleinsten Primfaktor von n .