

Elementare Zahlentheorie

8ter Übungszettel

Abgabe: Donnerstag, 04.06, 12:00 Uhr

(ins Postfach Ihres Tutors)

Bitte bearbeiten Sie drei Aufgaben. Wenn Sie alle vier bearbeiten, zeigen Sie bitte an, welche in die Bepunktung eingehen sollen. Jede Aufgabe wiegt fünf Punkte.

Aufgabe 1. Löse die Kongruenzen

$$x^2 \equiv 3 \pmod{11}$$

$$x^2 \equiv 7 \pmod{29}$$

Aufgabe 2. Bringe die folgenden Kongruenzen auf die Form $x^2 \equiv d \pmod{p}$:

$$2x^2 + 7x - 10 \equiv 0 \pmod{11}$$

$$x^2 + x - 1 \equiv 0 \pmod{13}$$

Aufgabe 3. Seien a und b Einheiten modulo der Primzahl p . Die Elemente a und b mögen in der Einheitengruppe $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}^*$ beide Ordnung 3^j mit $j \geq 1$ haben. Zeige, daß eines der Elemente ab und ab^2 ebenfalls Ordnung 3^j hat und daß das andere die Ordnung 3^i für ein $i < j$ hat.

Aufgabe 4. Sei p eine ungerade Primzahl. Zeige, daß 2 ein quadratischer Rest modulo p genau dann ist, wenn $p \equiv \pm 1 \pmod{8}$ ist.