Mathematatik II für Chemie

Aufgaben-Steinbruch, 6te Lieferung

Aufgabe 1. Zeige, daß

$$B := \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 6 \end{pmatrix} \right\}$$

eine Basis von $\mathbb{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ ist und bestimme die Koordinaten von $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Nun bestimme allgemein die Koordinaten von $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Aufgabe 2. Wähle aus

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \right\}$$

eine Basis des aufgespannten Raumes aus.

Aufgabe 3. Ergänze

$$\left\{ \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \right\}$$

zu einer Basis von $\mathbb{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$.

Aufgabe 4. Zeige, daß

$$B := \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \right\}$$

und

$$B' := \left\{ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$$

zwei Basen von $\mathbb{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ sind. Der Vektor $\mathbf{v}$ habe bezüglich B die Koordinaten

$$[\mathbf{v}]_B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Bestimme seine Koordinaten $[\mathbf{v}]_{B'}$ bezüglich der anderen Basis B'. Welche Matrix in $\mathbb{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ *ist* $\mathbf{v}$?