Mathematik II für Chemie

Aufgaben-Steinbruch, 8te Lieferung

Aufgabe 1. Bestimme eine Basis für den Kern und das Bild der Abbildung

$$\begin{aligned} \mathbb{M}_{2\times 2}(\mathbb{K}) &\rightarrow \mathbb{M}_{2\times 2}(\mathbb{K}) \\ A &\mapsto MA \end{aligned}$$

für

1. $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
2. $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$
3. $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2. Zeige: Die Abbildung

$$\begin{aligned} f: \mathbb{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) &\longrightarrow \mathbb{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) \\ M &\mapsto AM \end{aligned}$$

mit einer festen 2×2-Matrix A ist ein Isomorphismus genau dann, wenn A invertierbar ist. In diesem Fall ist die Umkehrabbildung durch Multiplikation mit A^{-1} gegeben.

Aufgabe 3. Zeige für 2×2-Matrizen durch direkte Rechnung, daß $\det A = \det A^{\tau}$ ist, d.h., bestätige durch Nachrechnen:

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{\tau}$$

Aufgabe 4. Bestimme, für welche Werte von λ die Matrix

$$\begin{pmatrix} 0-\lambda & 1 \\ 1 & 1-\lambda \end{pmatrix}$$

nicht invertierbar ist. Komplexe Werte sind zugelassen.