

Mathematik II für Chemie

Aufgaben-Steinbruch, 11te Lieferung

Aufgabe 1. Bestimme alle ersten partiellen Ableitungen der Funktionen

$$f(x, y) = \sin(xy) + \ln(x) - e^y$$

$$g(x, y) = \frac{x}{y}$$

$$h(x, y, z) = \frac{x + y}{y + z}$$

$$k(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Aufgabe 2. Bestimme die Stellen, an denen der Gradient verschwindet, für die Funktionen

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

$$g(x, y, z) = (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2$$

$$h(x, y) = \sin(x) + \sin(y) + \sin(x + y)$$

Aufgabe 3. Betrachte $V = f(r, h) = \pi r^2 h$ (Volumen eines Zylinders). Die Ableitung liefert eine lineare Näherung. Leite daraus die Näherung

$$\frac{\Delta V}{V} \approx 2 \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta h}{h}$$

für die relativen Änderungen / Fehler ab. Was passiert für $g(x, y) = x^a y^b$?

Aufgabe 4. Berechne alle Tangenten an den Graphen von $f(x, y) = x^2 - y^2$ durch den Punkt $(0, 0, 0)$ und zeige, daß sie alle in einer Ebene liegen. Nehme dabei nicht an, daß $f(x, y)$ im Punkt $(0, 0)$ differenzierbar ist.