

Name, Vorname

ID Nr.: - - -

Tutorengruppe

Übungen zu Mathematik II für Chemie Blatt 05

Sommersemester 2015, Prof. K.-U. Bux

Abgabe: bis Fr. 15.05.2015, 12:00 Uhr, in die Briefkästen der Tutoren in der Fakultät für Mathematik

Aufgabe 1. Entscheide, ob die folgenden Mengen linear unabhängig sind:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} \right\}$$

Aufgabe 2. Wir setzen:

$$\mathbf{u}_1 := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{u}_2 := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{u}_3 := \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 8 & 11 \end{pmatrix} \quad \mathbf{u}_4 := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} \quad \mathbf{u}_5 := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Entscheide, welche der folgenden Aussagen wahr sind:

$$\mathbf{u}_1 \in \langle \emptyset \rangle, \quad \mathbf{u}_2 \in \langle \mathbf{u}_1 \rangle, \quad \mathbf{u}_3 \in \langle \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2 \rangle, \quad \mathbf{u}_4 \in \langle \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3 \rangle, \quad \mathbf{u}_5 \in \langle \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4 \rangle$$

$$\mathbf{u}_5 \in \langle \emptyset \rangle, \quad \mathbf{u}_4 \in \langle \mathbf{u}_5 \rangle, \quad \mathbf{u}_3 \in \langle \mathbf{u}_5, \mathbf{u}_4 \rangle, \quad \mathbf{u}_2 \in \langle \mathbf{u}_5, \mathbf{u}_4, \mathbf{u}_3 \rangle, \quad \mathbf{u}_1 \in \langle \mathbf{u}_5, \mathbf{u}_4, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_2 \rangle$$

Bestimme außerdem eine möglichst große linear unabhängige Teilmenge von $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4, \mathbf{u}_5\}$.

Aufgabe 3. Kann eine Menge M von sechs 2×2 -Matrizen linear unabhängig sein? Begründe.

Aufgabe 4. Sei

$$M := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a + b + c + d = 1 \right\} \subseteq \mathbb{M}_{2 \times 2}(\mathbb{K})$$

Zeige oder widerlege:

$$\langle M \rangle = \mathbb{M}_{2 \times 2}(\mathbb{K})$$

Bitte bearbeiten Sie drei Aufgaben. Wenn Sie alle vier bearbeiten, zeigen Sie bitte an, welche in die Bepunktung eingehen sollen. Jede Aufgabe wiegt fünf Punkte.

| | | | | |
|---|---|---|---|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | Σ |
| | | | | |