

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Übungen zu Mathematik II für Chemie

Blatt 07

Sommersemester 2015, Prof. K.-U. Bux

Abgabe: bis Fr. 29.05.2015, 12:00 Uhr, in die Briefkästen der Tutoren in der Fakultät für Mathematik

Aufgabe 1. Bestimme Basen für Kern und Bild der folgenden Matrizen. Bestimme auch die Dimensionen von Kern und Bild:

$$\begin{pmatrix} 7 & 4 & -5 & 4 & -2 \\ 9 & 13 & -8 & 16 & -8 \\ -3 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ -10 & -10 & 8 & -14 & 7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 6 & -6 & -3 & 15 & -6 \\ -4 & 9 & -3 & -15 & 4 \\ -12 & 15 & 3 & -33 & 1 \\ 6 & -13 & 4 & 23 & -1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2. Seien U , V und W Vektorräume mit Basen $B = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3)$, $C = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)$ und $D = (\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3)$. Ferner seien $f: U \rightarrow V$ und $g: V \rightarrow W$ lineare Abbildungen. Wir wissen:

$$\begin{array}{ll} f(\mathbf{u}_1) = \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3 & g(\mathbf{v}_1) = \mathbf{w}_2 + \mathbf{w}_3 \\ f(\mathbf{u}_2) = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_3 & \text{und} \quad g(\mathbf{v}_2) = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_3 \\ f(\mathbf{u}_3) = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 & g(\mathbf{v}_3) = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2 \end{array}$$

Bestimme $g(f(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_3))$. D.h., bestimme die Koordinaten dieses Vektors von W bezüglich der Basis D .

Aufgabe 3. Seien U und V Vektorräume mit Basen $B = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3)$ und $C = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)$. Ferner sei $f: U \rightarrow V$ eine lineare Abbildung. Wir wissen:

$$\begin{array}{l} f(\mathbf{u}_1 + 2\mathbf{u}_2) = \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3 \\ f(\mathbf{u}_2 + 2\mathbf{u}_3) = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_3 \\ f(\mathbf{u}_3 + 2\mathbf{u}_1) = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 \end{array}$$

Bestimme $f(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_3)$. Also, bestimme die Koordinaten dieses Vektors in V bezüglich der Basis C .

Aufgabe 4. Begründe, daß die Abbildung f aus Aufgabe 3 surjektiv und injektiv (also bijektiv) ist.

Bitte bearbeiten Sie drei Aufgaben. Wenn Sie alle vier bearbeiten, zeigen Sie bitte an, welche in die Bepunktung eingehen sollen. Jede Aufgabe wiegt fünf Punkte.

1	2	3	4	Σ