Name, Vorname	ID Nr.: _ – _ _ – _ _ _ – _ _
	Tutorengruppe

Übungen zu Mathematik II für Chemie
Blatt 10

Sommersemester 2015, Prof. K.-U. Bux
Abgabe: bis Fr. 19.06.2015, 12:00 Uhr, in die Briefkästen der Tutoren in der Fakultät für Mathematik

---

Aufgabe 1. Zeige durch Rechnung für jede der folgenden Matrizen, daß Eigenräume zu verschiedenen Eigenwerten senkrecht aufeinander stehen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Verfahre wiefolgt: (1) bestimme die Eigenwerte, (2) finde Basen für die Eigenräume und (3) zeige das Basisvektoren aus verschiedenen Eigenräumen senkrecht zueinander stehen (inneres Produkt verschwindet).

Die letzte Matrix ist nicht selbstadjungiert sondern unitär. Hier ist mit komplexen Eigenwerten zu rechnen und die Eigenvektoren haben komplexe Einträge.

Aufgabe 2. Finde eine B-Orthonormalbasis des $\mathbb{R}^3$ für

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Hint: wende Gram-Schmidt auf die Standardbasis des $\mathbb{R}^3$ an.

Aufgabe 3. Welche der folgenden Matrizen sind normal? selbstadjungiert? unitär? Begründe!

$$\begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4. Das *Sylvester-Kriterium* für positive Definitheit lautet:

> Eine selbstadjungierte $n \times n$-Matrix A ist genau dann positiv definit, wenn die Determinante $\det(A) > 0$ ist und die $(n-1) \times (n-1)$-Untermatrix A^{nn} (Löschen der letzten Zeile und letzen Spalte) positiv definit ist.

Prüfe mit diesem Kriterium die folgenden Matrizen auf positive Definitheit:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Bitte bearbeiten Sie drei Aufgaben. Wenn Sie alle vier bearbeiten, zeigen Sie bitte an, welche in die Bepunktung eingehen sollen. Jede aufgabeabe wiegt fünf Punkte.

1	2	3	4	$\sum$

Bitte benutzen Sie dieses Blatt bei der Abgabe als Deckblatt. Die ID Nummer ist *nicht* Ihre Matrikelnummer.