Name, Vorname

ID Nr.: [ ] – [ ] [ ] – [ ] [ ] [ ] – [ ] [ ]

Tutorengruppe

Übungen zu Mathematik II für Chemie
Blatt 12

Sommersemester 2015, Prof. K.-U. Bux
Abgabe: bis Fr. 03.07.2015, 12:00 Uhr, in die Briefkästen der Tutoren in der Fakultät für Mathematik

---

Aufgabe 1. Bestimme die Extrema und Sattelpunkte der Funktionen

$$f(x,y) = x^2 - xy + y^2 + 3y$$
$$g(x,y) = x^2 + 3xy + y^2 - x - 4y + 8$$
$$h(x,y) = \frac{xy}{27} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$$

Hinweis: die Nullstellen des Gradienten waren auf dem letzten Zettel zu bestimmen. Dieser Teil ist hier vorauszusetzen.

Aufgabe 2. Untersuche auch die Funktion

$$k(x,y) = \sin(x)\sin(y)$$

auf Extrema und Sattelpunkte. (Wie eben sind die Nullstellen des Gradienten bereits auf dem vorigen Zettel bestimmt.)

Beachte, daß $-1 \leq k(x,y) \leq 1$, und das Minima also genau dort auftreten, wo $k(x,y) = -1$ ist, und Maxima genau dort, wo $k(x,y) = 1$ ist. Liefert das hinreichende Kriterium über die Hesse-Matrix dieselben Stellen für Maxima und Minima? Erlaubt die Hesse-Matrix eine Entscheidung an den verbleibenden Nullstellen des Gradienten (vermutete Sattelpunkte!)? Begründe die Antworten.

Aufgabe 3. Entwickle die Taylor-Reihe an der Stelle $(0,0)$ bis zum quadratischen Glied für die folgenden Funktionen:

$$f(x,y) = \mathrm{e}^{x+y}$$
$$g(x,y) = \mathrm{e}^{xy}$$
$$h(x,y) = 2 + 3x + 5y - x^2 + 6xy - 3y^2 + x^2y^2$$

Hinweis: ich habe im Skript den faktoriellen Vorfaktor in der Taylor-Entwicklung vergessen. Eine korrigierte Version ist eingestellt.

Aufgabe 4. Bestimme die Seitenlängen eines Quaders so, daß seine Oberfläche $6\mathrm{m}^2$ ist und sein Volumen maximal ist. Hinweis: Die Seiten bezeichnen wir mit x, y und z. Aus $6 = 2(xy + yz + zx)$ ergibt sich eine Darstellung von z als Funktion von x und y. Damit wird das Volumen eine Funktion von x und y, die sich maximieren läßt.

Bitte bearbeiten Sie drei Aufgaben. Wenn Sie alle vier bearbeiten, zeigen Sie bitte an, welche in die Bepunktung eingehen sollen. Jede aufgabeabe wiegt fünf Punkte.

1	2	3	4	$\sum$

Bitte benutzen Sie dieses Blatt bei der Abgabe als Deckblatt. Die ID Nummer ist *nicht* Ihre Matrikelnummer.