

Name, Vorname

ID Nr.:  -   -    -

Tutorengruppe

### Übungen zu Mathematik II für Chemie Blatt 13

Sommersemester 2015, Prof. K.-U. Bux

Abgabe: bis Fr. 10.07.2015, 12:00 Uhr, in die Briefkästen der Tutoren in der Fakultät für Mathematik

**Aufgabe 1.** Warum kann man den beiden folgenden Matrizen sofort ansehen, daß sie *nicht* positiv definit sind? Warum ist auch klar, daß die zweite indefinit ist?

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Hinweis: die Diagonale ist verräterisch!

**Aufgabe 2.** Welche der folgenden symmetrischen Matrizen sind positiv definit? welche negativ definit? welche indefinit? welche weder-noch-noch? und warum?

$$\begin{pmatrix} -3 & -5 & 0 \\ -5 & -9 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 10 & 25 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 14 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & -3 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Hinweis: (1) Für positive Definitheit läßt sich das Sylvester-Kriterium verwenden. (2) Eine Matrix  $M$  ist negativ definit genau dann, wenn  $-M$  positiv definit ist. (3) Eine symmetrische Matrix ist indefinit genau dann, wenn sie sowohl strikt positive als auch strikt negative Eigenwerte hat.

**Aufgabe 3.** Die Funktion  $z = f(x, y)$  sei implizit definiert durch die Gleichung:

$$z^3 + xz^2 + y^2z = 1$$

Bestimme die partiellen Ableitungen  $\frac{\partial f}{\partial x}$  und  $\frac{\partial f}{\partial y}$ . (Im Ergebnis darf die implizite Funktion  $f(x, y)$  wieder vorkommen.)

**Aufgabe 4.** Sei  $z = f(x, y)$  implizit definiert durch  $xyz = 1$ . In der Vorlesung haben wir gesehen, daß

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{f(x, y)}{x} \quad \text{und} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{f(x, y)}{y}$$

ist. Berechne die zweiten Ableitungen:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x} \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

Bitte bearbeiten Sie drei Aufgaben. Wenn Sie alle vier bearbeiten, zeigen Sie bitte an, welche in die Bepunktung eingehen sollen. Jede aufgabeabe wiegt fünf Punkte.

1	2	3	4	$\Sigma$