

Lineare Operatoren in Hilberträumen, SoSe 2026

Themen für die mündliche Prüfung

1 Spektraltheorie selbstadjungierter Operatoren

- Spektralscharen und ihre Eigenschaften
- Spektralmaße
- Integral einer Funktion bezüglich einer Spektralschar
- Der Spektralsatz selbstadjungierter Operatoren
- Charakterisierung des Spektrums durch die Spektralschar
- Spektrum des freien Laplace-Operators $-\Delta$
- Eigenschaften der Resolvente

2 Störungstheorie selbstadjungierter Operatoren

- Relative Beschränktheit
- Wesentliche selbstadjungiertheit
- Der Satz von Kato–Rellich
- Relative Kompaktheit
- Der Satz von Weyl
- Norm- und starke Resolventenkonvergenz

3 Selbstadjungierte Fortsetzungen symmetrischer Operatoren

- Defektzahlen (Definition und Eigenschaften)
- Cayleytransformierte
- 1. und 2. von Neumannsche Formeln
- Kriterien für die Gleichheit der Defektzahlen
- Beispiel: Der Impulsoperator in J , wobei $J = \mathbb{R}, (0, \infty), (a, b)$

4 Sturm–Liouville Operatoren

- Sturm–Liouville Ausdrücke und die Voraussetzungen **SL1** und **SL2**
- Präminimaler, minimaler und maximaler Operator
- Reguläre und singuläre SL Operatoren
- Mögliche Defektzahlen für T_0
- Selbstadjungierten Realisierungen mit getrennten Randbedingungen
- Die Weylsche Alternative

5 Ein-Teilchen Schrödingeroperatoren

- Die Bedingungen **S1** und **S2**
- Kato–Rellich Potentiale
- Lokal quadratisch Integrierbarkeit und Gleichmäßig lokal quadratisch Integrierbarkeit
- Approximanten von Schrödingeroperatoren mit δ -Potential
- Der Virialsatz für homogene Potentiale

Ausgeschlossene Themen

- Die Stieltjes-Umkehrformel
- Der Satz von Herglotz
- Der Satz von Wüst
- Stabilität der Halbbeschränktheit
- T -spektral lokal Kompaktheit
- Selbstadjungierten Realisierungen von Sturm–Liouville Ausdrücke mit gekoppelten Randbedingungen
- Grenzpunktfall–Grenzkreisfall Kriterien
- Periodische Sturm–Liouville Operatoren
- Das Min-Max Prinzip
- Schrödingeroperatoren mit Kopplungskonstante
- Model des Starkeschen bzw. Zemanschen Effektes
- Der freie Diracoperator