

Mathematische Methoden der Biowissenschaften III

Übungsblatt 1

- (1) Wiederholen Sie die folgenden Themen mit Hilfe ihrer Vorlesungsunterlagen oder Lehrbüchern: komplexe Zahlen, Riemann-Integration, Konvergenz von Reihen.

(0 Punkte)

- (2) Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in kartesischen und in Polarkoordinaten dar:

- (i) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3$.
- (ii) $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$.
- (iii) $\left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2023}$.

(1+1+1 Punkte)

- (3) (a) Sei $a > 0$ und sei f eine Riemann-integrierbare Funktion auf dem Intervall $[-a, a]$. Zeigen Sie, dass

- (i) $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$, falls f ungerade ist.
- (ii) $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$, falls f gerade ist.

- (b) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

- (i) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(nt) \sin(mt) dt \quad (m, n \in \mathbb{N})$
- (ii) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(nt) \cos(mt) dt \quad (m, n \in \mathbb{N})$
- (iii) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(nt) \sin(mt) dt \quad (m, n \in \mathbb{N})$

(1+1+1+2+2 Punkte)

- (4) Überprüfen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz:

- (i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(1-2i)^n}$,
- (ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$,
- (iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3z)^n}{n!}$ mit $z \in \mathbb{C}$.

(2+2+2 Punkte)

Abgabe Mittwoch, 18.10.2023, 12:00, im Postfach des Tutors