

4. Präsenzübungsblatt zur Stochastik 1

Zur Bearbeitung in den Übungsgruppen am 17. und 19. November

Präsenzübung 4.I (Handynummern raten). Sie haben die Handynummer eines Bekannten vergessen und probieren auf gut Glück einfach irgendeine siebenstellige Nummer (vollkommen zufällig generiert).

- a) Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum an.
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt keine 0 in der Zahl vor?
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten (an beliebiger Stelle) der Zahlenfolge...
 - (i) ...1234...
 - (ii) ...2222...
 - (iii) ...1212...
- d) Wie ändert sich der Wahrscheinlichkeitsraum aus a), wenn wir Nummern, die keine 0 enthalten, für nicht plausibel halten?

Präsenzübung 4.II. Für $n \in \mathbb{N}$ bezeichne p_n die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Klasse von n Kindern wenigsten zwei am gleichen Tag Geburtstag haben. Vereinfachend nehmen wir an, dass kein Kind am 29. Februar geboren wurde und alle anderen Geburtstage gleich wahrscheinlich sind.

- a) Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ an, der es Ihnen erlaubt die folgenden Aufgaben zu bearbeiten.
- b) Bestimmen Sie p_n exakt.
- c) Zeigen Sie (unter Verwendung der Ungleichung $1 - x \leq \exp(-x)$), dass

$$p_n \geq 1 - \exp\left(-\frac{n(n-1)}{730}\right) \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}.$$

- d) Bestimmen Sie außerdem

$$\min \left\{ n \in \mathbb{N} : p_n \geq \frac{1}{2} \right\}.$$

Präsenzübung 4.III (Zerstreuter Nikolaus). Als der Nikolaus die insgesamt 10 (kleinen) Päckchen in den Schuhen von Anna, Beate und Christoph verteilen möchte, bemerkt er, dass er die Liste, die ihm verrät, welches Kind welches Päckchen bekommt, verloren hat. Er weiß nur noch, dass 5 Päckchen für Anna, 3 Päckchen für Beate und 2 Päckchen für Christoph bestimmt waren; er kann sich aber nicht daran erinnern, welches Päckchen für welches Kind bestimmt war. Statt die Liste oder eine Kopie irgendwo zu suchen und erst im Neuen Jahr zurückzukehren, beschließt der Nikolaus die Päckchen vollkommen zufällig auf die Schuhe zu verteilen - 5 für Anna, 3 für Beate und 2 für Christoph. Wir wollen annehmen, dass jedes der Päckchen jeweils für genau eines der Kinder bestimmt war. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ordnet der Nikolaus zufällig alle Geschenke richtig zu?