

## 8. Präsenzübung zur Stochastik A

### Präsenzübung 8.I:

Ein idealer *3seitiger* Würfel wird 2mal geworfen.

(a) **Unkorreliertheit vs. Unabhängigkeit:**

- (i) Bestimmen Sie die Verteilung der Summe und der Differenz der Augenzahlen.
- (ii) Zeigen Sie, dass Differenz und Summe der Augenzahlen *unkorrelierte*, aber nicht *unabhängige* Zufallsvariablen sind.

(b) **Bedingte Verteilung / bedingte Erwartung**

- (i) Geben Sie die bedingte Verteilung der Differenz an gegeben, dass die Augensumme 4 ist.
- (ii) Berechnen Sie den Erwartungswert der Differenz und die bedingte Erwartung gegeben, dass die Augensumme 4 ist.

### Präsenzübung 8.II: (Das Ziegenproblem)

Sie befinden sich in seinerzeit bekannten Fernsehshow in der Sie als Kandidat die Auswahl einer von drei Türen zu treffen. Hinter einer der Türen befindet sich ein Auto, die anderen beiden verstecken jeweils ein wenig attraktives Plüschtier. Das Spiel läuft in folgenderweise: Die 'Gewinne' wurden zufällig hinter die Türen sortiert und sie haben keine Ahnung auf welche Art und Weise. Sie wählen eine Tür aus; das, was sich dahinter befindet, dürfen sie anschließend behalten. Nachdem Sie Ihre Tür bestimmt haben, öffnet der Showmaster eine der verbliebenen anderen 2 Türen, hinter dieser nun geöffneten Tür wartet ein Plüschtier.

Der Moderator bietet Ihnen jetzt an, entweder auf Ihrer Tür zu beharren oder aber die andere Tür zu wählen...

(a) Modellieren Sie das Experiment.

(b) Berechnen Sie die bedingte Verteilung der Position des Autos, gegeben, dass der Moderator die zweite Tür öffnet und hinter ihr ein Plüschtier liegt.

**Präsenzübung 8.III:** (Erzeugende Funktionen)

Sei  $(\Omega, \mathbb{P})$  ein gegebener abzählbarer W-Raum und  $X$  darauf eine geometrisch verteilte Zufallsvariable (mit  $\mathbb{P}[X = n] = p(1 - p)^{n-1}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ) zu Parameter  $p$ .

(a) Zeigen Sie, dass die erzeugende Funktion  $G_X$  gegeben ist durch:

$$G_X(s) = \frac{sp}{1 - s + sp}.$$

(b) Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz mit Hilfe der erzeugenden Funktion.