

10. Aufgabenblatt zur Stochastik A *Auflage 2*

Abgabe bis **Freitag, 14.1.2011, 12:00 Uhr**

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe (*Katharina von der Lühe PF 200, Manuel Förster PF 150, Daniel Altemeier PF 161*, alle Postfächer befinden sich im Kopierraum V3-128). Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Hausaufgabe 10.I: (Uniforme und Cauchy-Verteilung)

Die Gerade L berühre einen Kreis vom Durchmesser 1 nur im Punkt P . Wir zeichnen den Durchmesser des Kreises, der P enthält. Der andere Endpunkt des Durchmessers sei Q . Dann wählen wir mit uniformer Verteilung einen zufälligen Winkel $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$ und zeichnen die Strecke QR , die Q mit einem Punkt R auf der Geraden L verbindet und mit der Strecke QP den Winkel θ bildet.

Zeigen Sie, dass die (zufällige) Länge d von PR der Cauchy-Verteilung folgt, das heißt, die Wahrscheinlichkeit, eine Länge kleiner oder gleich x zu beobachten, ist gegeben durch die Verteilungsfunktion, deren Dichte

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad -\infty < x < \infty$$

ist. Beachten Sie dabei, dass d positiv oder negativ sein kann in Abhängigkeit davon, auf welcher Seite von P der Punkt R liegt.

Hausaufgabe 10.II: (Warten an der Mensa)

Anna und Beate haben sich nach der 10-Uhr-Vorlesung vor der Mensa verabredet. Die Zeit T_A (in Minuten), die Anna benötigt bis zum Eintreffen am Treffpunkt, sei exponentialverteilt mit Parameter $\lambda_A > 0$. Entsprechend sei die Zeit T_B (in Minuten), die Beate benötigt bis zum Eintreffen am Treffpunkt, exponentialverteilt mit Parameter $\lambda_B > 0$. Die Zeiten T_A und T_B seien unabhängig.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Anna zuerst kommt?
- Gegeben, Anna kommt zuerst, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass sie mindestens $m \in [0, \infty)$ Minuten auf Beate warten muss? Interpretieren Sie das Ergebnis.
- Bestimmen Sie die Verteilung der Zeit, die vergeht, bis Anna und Beate beide eingetroffen sind. Ist diese Zeit exponentialverteilt?

Hausaufgabe 10.III: (Dart)

Wir werfen blind einen Pfeil auf eine Dartscheibe und wollen dieses Experiment durch vollkommen zufälliges (*uniform verteiltes*) Wählen eines Punktes aus dem Einheitskreis modellieren. Die Scheibe ist in der üblichen (10 konzentrische Kreise mit Abstand 0.1, die entstehenden Ringe beschriftet mit den Zahlen 10, ..., 1 von innen nach außen) Weise in *Trefferzonen* eingeteilt.

1. Geben Sie ein geeignetes Modell an.
2. Definieren Sie diejenige Zufallsvariable, die den Abstand des Pfeiles zum Mittelpunkt angibt.
3. Wie groß ist die W'keit, dass wir die 5 treffen?

Hausaufgabe 10.IV:

(Ω, \mathbb{P}) W'Raum und darauf X eine $\mathcal{N}_{0,1}$ -verteilte Zufallsvariable. Zeigen Sie für $c \geq 0$ die folgende Abschätzung:

$$\mathbb{P} [X \geq c] \leq e^{-c}.$$

HINWEIS:

