

## Wahrscheinlichkeitstheorie I - Übungsblatt 3 - Teil B

### Zur Bearbeitung in den Übungsgruppen

Wir werfen gleichzeitig zwei manipulierte  $\{0, 1\}$ -Münzen. Die erste Münze zeigt '1' mit W'keit  $p_1 \in [0, 1]$ , die zweite Münze mit  $p_2 \in [0, 1]$ . Wir werfen die beiden solange bis beide gleichzeitig '1' zeigen. Uns interessiert die Anzahl der Versuche, die wir dafür benötigen.

1. Geben Sie explizit einen geeigneten W'Raum  $(\Omega_e, \mathcal{F}_e, \mathbb{P}_e)$  für das einfache Experiment *zweifacher Münzwurf* an.
2. Geben Sie einen geeigneten W'Raum  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  für das Experiment  *$\infty$ -oft wiederholter zweifacher Münzwurf* an.
3. Definieren Sie die Abbildung  $T : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ , die die Nummer des Experiments angibt, bei dem zum ersten Mal beide Münzen '1' zeigen. Bezüglich welcher  $\sigma$ -Algebra  $\mathcal{A}$  auf  $\mathbb{R}$  ist  $T$  eine Zufallsgröße? Die Verteilung  $\mathbb{P}T^{-1}$  der Zufallsvariablen  $T$  ist konzentriert auf  $\{1, 2, \dots\}$ , d.h. es gibt eine Darstellung:

$$\mathbb{P}T^{-1} = \sum_{i \geq 1} a_i \delta_i.$$

Bestimmen Sie die Koeffizienten  $\{a_i\}_{i \geq 1}$  und geben Sie diese an.

4. Bestimmen Sie  $\mathbb{P}T^{-1}[[0, \infty)] \forall k \geq 1$ . Berechnen Sie dann

$$\int_{\Omega} T d\mathbb{P} = \int_{\Omega} \omega \mathbb{P}T^{-1}(d\omega).$$

und interpretieren Sie den Ausdruck.