Michael Baake
Neil Mañibo

Fakultät für Mathematik,
Universität Bielefeld

Sommersemester 2024
Bielefeld, 12.04.2024

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Sommersemester 2024

Übungsblatt 1

(1) Berechnen Sie folgende Summen:

(a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!(n-k)!}$,

(b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{\binom{n}{k}}{k+1}$.

Hinweis: Wiederholen Sie den binomischen Lehrsatz!

(2 Punkte)

(2) Berechnen Sie die Summe folgender Reihen:

(a) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \cdots = \displaystyle\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{2^m}$,

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$,

(c) $\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \cdots = \displaystyle\sum_{m=2}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!}$.

(3 Punkte)

(3) Berechnen Sie folgende Integrale:

(a) $\displaystyle\int_0^t x(2x+3)^2 \,\mathrm{d}x$,

(b) $\displaystyle\int_0^\infty x^n \cdot \mathrm{e}^{-x} \,\mathrm{d}x$, für $n \in \mathbb{N}_0$.

Hinweis: Berechnen Sie das Integral bei (b) zunächst für $n = 0$ und $n = 1$, und setzen Sie Induktion für größere n ein. Wiederholen Sie die notwendigen Kapitel aus Mathe I und II.

(1+2 Punkte)

(4) Berechnen Sie die Potenzreihe für folgende Funktionen:

(a) $f(x) = \mathrm{e}^{-x^2}$,

(b) $g(x) = \dfrac{1}{1 - x^5}$.

Hinweis: Sie benötigen das Kapitel zur Taylor-Reihe aus Mathe I, und ein paar Überlegungen, warum diese 2 Reihen ganz einfach zu ermitteln sind.

(2 Punkte)

(5) Eine faire 0-1-Münze wird viermal nacheinander geworfen, und das Ergebnis wird notiert.

(a) Konstruieren Sie die Grundmenge mit den elementaren Wahrscheinlichkeiten und den Ereignisraum hierfür.

(b) Ermitteln Sie folgende Wahrscheinlichkeiten

- Es kommt mindestens eine 0 vor.
- Es kommt genau eine 1 vor.
- Im dritten Wurf erscheint eine 0.
- Die Summe der Würfe ist gerade.

(2+2 Punkte)

Abgabe bis Donnerstag, 18.04.24, 12:00 Uhr, im Postfach des Tutors.