
Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Sommersemester 2024

Übungsblatt 2

(6) Ein Dodekaeder- und ein Ikosaeder-Würfel (von „dungeons and dragons“) werden gemeinsam geworfen. Geben Sie hierfür den Grundraum Ω an, und ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

- (a) Die beiden Würfel zeigen verschiedene Zahlen.
- (b) Die Augensumme ist gerade.
- (c) Die Augenzahl des Ikosaeders ist nicht größer als die des Dodekaeders.

(4 Punkte)

Hinweis: Die Würfelseiten sind mit aufsteigenden natürlichen Zahlen beschriftet. Für (a)–(c) hilft es, sich das Ereignis formal korrekt hinzuschreiben.

(7) Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ beliebig, aber fest. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$f'(x) - \alpha x \cdot f(x) = 0, \quad f(0) = 1.$$

Skizzieren Sie die Lösungen für $\alpha \in \{2, 0, -2\}$.

(3 Punkte)

Hinweis: Wiederholen Sie bei dieser Gelegenheit das Material über elementare Differentialgleichungen aus Mathe I & II.

(8) Wir ziehen zufällig aus der Menge $\{1, 2, \dots, 100\}$, mit Zurücklegen, gemäß der Gleichverteilung. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse:

- (a) Die gezogene Zahl ist eine Quadratzahl.
- (b) Die gezogene Zahl ist nicht durch ein Quadrat > 1 teilbar.
- (c) Die gezogene Zahl ist eine Primzahl.
- (d) Die gezogene Zahl ist durch 2 oder 3 teilbar.

(1+2+1+1 Punkte)

(9) Sei $n > 0$ eine natürliche Zahl. Es werden nun sukzessive n Kugeln auf n Urnen verteilt. Die Zuordnung ist zufällig und gleichverteilt.

Bestimmen Sie eine Formel für die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine Urne am Ende leer bleibt. Lösen Sie damit folgende Aufgaben:

- (a) Geben Sie die exakten Werte dieser Wahrscheinlichkeit für $1 \leq n \leq 6$ an.
- (b) Was passiert für $n \rightarrow \infty$?

(2+1 Punkte)

Abgabe bis Donnerstag, 25.04.24, 12 Uhr, im Postfach des Tutors.