

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Sommersemester 2024

Übungsblatt 7

(28) X sei Poisson-verteilt mit Parameter $\lambda > 0$.

- (a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass X den Wert 5 annimmt, wenn wir zunächst auf $\{X \geq 2\}$ bedingen.
- (b) Vergleichen Sie für $\lambda = 1$ die Wahrscheinlichkeit für $\{X = 5\}$ mit und ohne Bedingung. Deuten Sie das Ergebnis.

(2+2 Punkte)

(29) Nun sei X exponentialverteilt, mit Dichte

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Berechnen Sie nun

- (a) $\mathbb{P}(X \geq \frac{3}{2})$
- (b) $\mathbb{P}(X \geq \frac{3}{2} \mid X \geq 1)$
- (c) $\mathbb{P}(X \geq \frac{3}{2} \mid X \geq 2)$

(1+1+1 Punkte)

(30) Berechnen Sie die Marginalverteilungen für folgende Fälle:

- (a) ZV (X, Y) auf $\mathbb{R}^2$ mit Dichtefunktion $h(x, y) = \frac{1}{2\pi} \exp(-\frac{1}{2}(x^2 + y^2))$
- (b) ZV (X, Y) auf $\{0, 1, 2, 3\} \times \{0, 1, 2\}$ mit Wahrscheinlichkeitstabelle

	0	1	2	3
0	$\frac{1}{9}$	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
1	0	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$
2	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	0

Was bedeutet das für die gemeinsame Verteilung?

(2+2 Punkte)

(31) Die Faltung zweier (integrierbarer) Funktionen f und g ist definiert als

$$(f * g)(x) = \int_{\mathbb{R}} f(y)g(x - y) \, dy$$

(a) Zeigen Sie, dass $f * g = g * f$ gilt.

(b) Berechnen Sie $f * f$ für $f(x) = 1_{[0,1]}(x) := \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$

Skizzieren Sie f und $f * f$.

(c) Berechnen Sie $f * f$ für $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$

(1+2+2 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 31.05.24, 12 Uhr, im Postfach des Tutors.