Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Sommersemester 2024

Übungsblatt 8

(32) X und Y seien unabhängige ZVn. Berechnen Sie die Verteilung von $X + Y$ für folgende Fälle:

(a) Beide sind gleichverteilt auf $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

(b) Beide sind Poisson-verteilt mit $\lambda = 1$. Bedeutung?

(1+2 Punkte)

(33) Ein Punkt wird zufällig im Einheitskreis (Kreis mit Radius 1 und Mittelpunkt im Ursprung) gewählt (gemäß der Gleichverteilung). X sei seine x -Koordinate, Y sein mit der positiven x -Achse eingeschlossener Winkel. Sind X und Y unabhängig? Beweisen Sie Ihre Antwort.

(3 Punkte)

(34) Wir betrachten das Matrix-Exponential,

$$\exp(A) := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} A^n.$$

Zeigen Sie:

(a) $\exp(\text{diag}(a_1, \dots, a_n)) = \text{diag}(e^{a_1}, \dots, e^{a_n})$, insbesondere also auch $\exp(\mathbb{O}) = \mathbb{1}$.

(b) Ist $AB = BA$, so gilt wie im skalaren Fall die Formel

$$\exp(A + B) = \exp(A) \cdot \exp(B).$$

Was geht im allgemeinen Fall schief?

(1+2 Punkte)

(35) Berechnen Sie $\exp(A)$ für $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

(2 Punkte)

Hinweis: Berechnen Sie zunächst eine Formel für die Potenzen von A .

(36*) Lösen Sie Aufgabe (30) von Übungsblatt 7, falls Sie die noch nicht bearbeitet haben. (2*+2* Punkte)

Abgabe bis Donnerstag, 06.06.24, 12 Uhr, im Postfach des Tutors.