

Mathematische Methoden der Biowissenschaften III

Übungsblatt 12

(45) Gegeben sei die Funktion

$$f : (-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto |\sin(x)|$$

(inklusive 2π -periodischer Fortsetzung). Berechnen Sie die reellen oder komplexen Fourier-Koeffizienten und die Fourier-Reihe von f . Konvergiert die Fourier-Reihe punktweise/ gleichmäßig gegen f ?

(2+1+2 Punkte)

(46) Bestimmen Sie die Fourier-Transformation der Funktion $f(x) = e^{-x} \cdot 1_{[0, \infty)}(x)$.

(2 Punkte)

(47) Es sei $f = (1, \dots, 1)$ der Vektor der Länge n , der nur 1 als Einträge hat. Bestimmen Sie die diskrete Fourier-Transformation dieses Vektors.

(2 Punkte)

(48) (a) Sei D eine diagonale $n \times n$ -Matrix. Bestimmen Sie e^D .

(b) Sei C eine diagonalisierbare $n \times n$ -Matrix. Zeigen Sie, dass

$$e^C = S e^D S^{-1},$$

wobei $C = SDS^{-1}$ und D wie oben eine Diagonalmatrix ist.

(c) Berechnen Sie e^A für $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ und $a \in \mathbb{R}$.

(2+2+2 Punkte)