

## Mathematische Methoden der Biowissenschaften III

### Übungsblatt 6

(21) Es seien  $f, g \in L^1(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ . Wir definieren die Faltung  $h = f * g$  von  $f$  und  $g$  durch

$$(f * g)(x) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} f(x-y) g(y) dy,$$

sofern das Integral existiert. Sei  $k \in L^1(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ .

- (a) Zeigen Sie, dass  $f * g = g * f$ .
- (b) Zeigen Sie, dass  $(f * g) * k = f * (g * k)$ .
- (c) Zeigen Sie, dass  $(f + g) * k = f * k + g * k$ .

**(1+2+1 Punkte)**

(22) Betrachten Sie die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < \pi, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimmen Sie  $f * f$  und zeichnen Sie den Graphen dieser Funktion. Wie sieht der Graph von  $(2f) * (2f)$  aus? **(3+1 Punkte)**

(23) Berechnen Sie unter Verwendung der Parsevalschen Gleichung und Aufgabe 8 den Grenzwert  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4}$ .

**(3 Punkte)**

(24) Verifizieren Sie die reelle Version der Parsevalschen Gleichung:

$$\frac{1}{2} a_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f(x)|^2 dx.$$

**(2 Punkte)**